BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

CLASA a VI-a

1. Fie mulțimea $M=\left\{\overline{0,(abcdef)}\,/\,\{a,b,c,d,e,f\}=\{1,2,4,5,7,8\}\right\}$.

a) Dacă $m\in M$, dovediți că $1-m\in M$.

b) Arătați că oricare ar fi $m\in M$, există $n\in M$ astfel încât media aritmetică a numerelor *m* şi *n* este $\frac{1}{2}$.

c) Calculați media aritmetică a elementelor mulțimii *M*.

Revista „Sinus" nr.1(19)/2011

Barem:

a) $1-\frac{\overline{abcdef}}{999999}=\frac{999999-\overline{abcdef}}{999999}=\frac{\overline{(9-a)(9-b)(9-c)(9-d)(9-e)(9-f)}}{999999}$	2 p
Pentru orice $x\in\{1,2,4,5,7,8\}$, avem $9-x\in\{1,2,4,5,7,8\}$, deci $1-m\in M$, $\forall m\in M$	2 p
b) Consideră $n=1-m$, de unde $\frac{m+n}{2}=\frac{m+(1-m)}{2}=\frac{1}{2}$	1 p
c) Grupează elementele mulțimii *M* în perechi de forma $(m,1-m)$, media elementelor fiecărei perechi fiind $\frac{1}{2}$ (se observă că $\frac{1}{2}\notin M$, deci $m\neq 1-m,\forall m\in M$)	1 p
Finalizare: media aritmetică este $\frac{1}{2}$	1 p

2. Fie *a* şi *b* numere naturale nenule astfel încât $\frac{a-5}{b}=\frac{a-2}{b+3}$.

a) Arătați că $a=b+5$.

b) Determinați valoarea maximă a raportului $\frac{a}{b}$.

***

Barem:

a) $\frac{a-5}{b}=\frac{a-2}{b+3}\Leftrightarrow\frac{a-5}{a-2}=\frac{b}{b+3}$	1 p
$\frac{a-5}{a-2}=\frac{b}{b+3}\Leftrightarrow\frac{a-5}{(a-2)-(a-5)}=\frac{b}{(b+3)-b}$	1 p
$\frac{a-5}{(a-2)-(a-5)}=\frac{b}{(b+3)-b}\Leftrightarrow\frac{a-5}{3}=\frac{b}{3}$	1 p
Obține $a=b+5$	1 p
b) $\frac{a}{b}=\frac{b+5}{b}=1+\frac{5}{b}$	1 p
$\frac{a}{b}$ maxim $\Leftrightarrow\frac{5}{b}$ maxim $\Leftrightarrow b=1$	1 p
Obține că valoarea maximă a lui $\frac{a}{b}$ este 6	1 p

3. Se consideră triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$, $AC > AB$ şi (AD bisectoarea unghiului A, $D \in (BC)$. Perpendiculara pe AD, dusă prin punctul A, intersectează dreapta BC în punctul M. Fie P simetricul punctului C faţă de dreapta AM.

a) Să se arate că punctele P, A, B sunt coliniare.

b) Dacă, în plus, BM=BA+AC, determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

***

Barem:

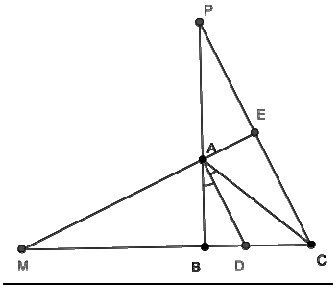


Figura corectă	1 p
a) Triunghiul PAC isoscel	1 p
$\sphericalangle ACE \equiv \sphericalangle DAC$ (alterne interne)	1 p
Finalizare	1 p
b) $\triangle MBP$ isoscel	1p
$\triangle PAM \equiv \triangle CAM$	1p
Folosind suma unghiurilor în MPC rezultă $m(\sphericalangle MCA) = 45^\circ$ şi $m(\sphericalangle ABC) = 90^\circ$	1p

Orice altă rezolvare corectă va fi punctată corespunzător.